

Elements de correction

Exercice I : (/ 6 points)

a) Déterminer les mesures principales des angles orientés de vecteurs suivants et les placer sur le même cercle trigonométrique dans le repère (O, \vec{OI}, \vec{OJ})

$$(\vec{OI}, \vec{OA}) = \frac{126\pi}{4} + 2k\pi$$

on a $126 = 31 \times 4 + 2$ donc $\frac{126\pi}{4} = 31\pi + \frac{\pi}{2}$

donc $\frac{126\pi}{4} = 32\pi - \pi + \frac{\pi}{2} = 32\pi - \pi/2$

donc la mesure principale de (\vec{OI}, \vec{OA}) est $-\frac{\pi}{2}$

$$(\vec{OI}, \vec{OB}) = -\frac{121\pi}{3} + 2k\pi$$

on a $121 = 40 \times 3 + 1$ donc $-\frac{121\pi}{3} = -40\pi - \frac{\pi}{3}$

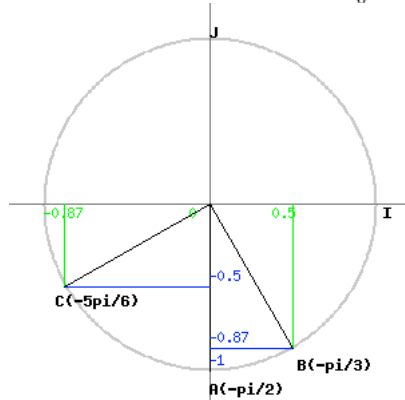
donc la mesure principale de (\vec{OI}, \vec{OB}) est $-\frac{\pi}{3}$

$$(\vec{OI}, \vec{OC}) = \frac{463\pi}{6} + 2k\pi$$

on a $463 = 77 \times 6 + 1$ donc $\frac{463\pi}{6} = 77\pi + \frac{\pi}{6}$

donc $\frac{463\pi}{6} = 78\pi - \pi + \frac{\pi}{6} = 78\pi - \frac{5\pi}{6}$

donc la mesure principale de (\vec{OI}, \vec{OC}) est $-\frac{5\pi}{6}$



b) Déterminer les coordonnées cartésiennes des points A, B et C dans le repère (O, \vec{OI}, \vec{OJ})

Les points M du cercle trigonométrique ont pour coordonnées cartésiennes :

$M(\cos(\alpha); \sin(\alpha))$ donc on a :

A a pour coordonnées $(0; -1)$

B a pour coordonnées $(\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2})$

C a pour coordonnées $(-\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2})$

Exercice II : (/ 4 points)

Déterminer une mesure de (\vec{u}, \vec{v}) dans les cas suivants en précisant les règles utilisées :

a) $(\vec{u}, -3\vec{v}) = \frac{5\pi}{3} + 2k\pi$, $(-5\vec{v}, -3\vec{w}) = -\frac{3\pi}{2} + 2k\pi$, $(-\vec{w}, -2\vec{r}) = \frac{4\pi}{5} + 2k\pi$
 $(\vec{u}, \vec{r}) = (\vec{u}, -\vec{v}) + (-\vec{v}, -\vec{w}) + (-\vec{w}, -\vec{r}) + (-\vec{r}, \vec{r})$ par la relation de Chasles
 or $(\vec{u}, -\vec{v}) = (\vec{u}, -3\vec{v})$ car $(a\vec{u}, b\vec{u}) = (\vec{u}, \vec{v})$ si a et b sont de même signe
 et $(-\vec{v}, -\vec{w}) = (-5\vec{v}, -3\vec{w})$ car $(a\vec{u}, b\vec{u}) = (\vec{u}, \vec{v})$ si a et b sont de même signe
 et $(-\vec{w}, -\vec{r}) = (-\vec{w}, -2\vec{r})$ et $(-\vec{r}, \vec{r}) = \pi + 2k\pi$

Donc en remplaçant dans la relation de Chasles précédente, on a

$$(\vec{u}, \vec{r}) = \frac{5\pi}{3} - \frac{3\pi}{2} + \frac{4\pi}{5} + \pi + 2k\pi$$

$$(\vec{u}, \vec{r}) = \frac{50\pi}{30} - \frac{45\pi}{30} + \frac{24\pi}{30} + \frac{30\pi}{30} + 2k\pi$$

$$(\vec{u}, \vec{r}) = \frac{59\pi}{30} + 2k\pi$$

b) $(\vec{v}, \vec{u}) = \frac{12\pi}{5} + 2k\pi$, $(-\vec{w}, 125\vec{v}) = -\frac{8\pi}{3} + 2k\pi$, $(\vec{w}, -5\vec{r}) = \frac{3\pi}{9} + 2k\pi$

$(\vec{u}, \vec{r}) = (\vec{u}, \vec{v}) + (\vec{v}, -\vec{w}) + (-\vec{w}, \vec{r})$ par la relation de Chasles
 $(\vec{u}, \vec{r}) = -(\vec{v}, \vec{u}) + (125\vec{v}, -\vec{w}) + (-\vec{w}, 5\vec{r})$ car $(a\vec{u}, b\vec{v}) = (\vec{u}, \vec{v})$ si a et b sont de même signe.

$(\vec{u}, \vec{r}) = -(\vec{v}, \vec{u}) - (-\vec{w}, 125\vec{v}) + (\vec{w}, -5\vec{r})$

$$(\vec{u}, \vec{r}) = -\frac{12\pi}{5} + \frac{8\pi}{3} + \frac{\pi}{3} + 2k\pi$$

$$(\vec{u}, \vec{r}) = -\frac{36\pi}{15} + \frac{40\pi}{15} + \frac{5\pi}{15} + 2k\pi$$

$$(\vec{u}, \vec{r}) = \frac{3\pi}{5} + 2k\pi$$

Exercice III : (/ 6 points)

Résoudre les équations suivantes et placer les points M correspondants sur le cercle trigonométrique (sachant que $(\vec{OI}, \vec{OM}) = x + 2k\pi$)

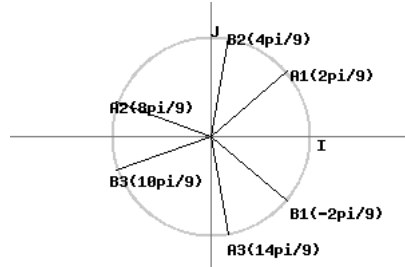
a) $\cos(3x) = -\frac{1}{2}$

$$\cos(3x) = \cos(\frac{2\pi}{3}) \text{ et } \cos(3x) = \cos(-\frac{2\pi}{3})$$

$$3x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi \text{ ou } 3x = -\frac{2\pi}{3} + 2k\pi$$

$$x = \frac{2\pi}{9} + \frac{2k\pi}{3} \text{ ou } x = -\frac{2\pi}{9} + \frac{2k\pi}{3}$$

Points A_i et points B_i



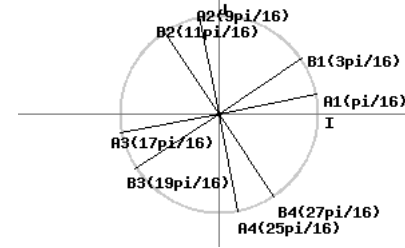
b) $\sin(4x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$\sin(4x) = \sin(\frac{\pi}{4}) \text{ ou } \sin(4x) = \sin(\pi - \frac{\pi}{4})$$

$$4x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi \text{ ou } 4x = \pi - \frac{\pi}{4} + 2k\pi$$

$$x = \frac{\pi}{16} + \frac{k\pi}{2} \text{ ou } x = \frac{3\pi}{16} + \frac{k\pi}{2}$$

Points A_i ou points B_i



c) $\tan(2x) = 1$

$$\tan(2x) = \tan(\frac{\pi}{4}) \text{ ou } \tan(2x) = \tan(\frac{\pi}{4} + \pi)$$

$$2x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi \text{ ou } 2x = \frac{\pi}{4} + \pi + 2k\pi$$

$$x = \frac{\pi}{8} + k\pi \text{ ou } x = \frac{5\pi}{8} + k\pi$$

Points A_i et points B_i

